



Coordenação de Armindo Rodrigues

Uma conexão entre a matemática e a música

Autora:

Helena Sousa Melo

Desde os primórdios, há uma ligação entre a matemática e a música. Os antigos gregos dividiam a matemática em quatro ramos: geometria, astronomia, aritmética e música. A música era, considerada por alguns, os números em movimento.

Pitágoras de Samos (c.570 a.C. – c.495 a.C.), filósofo e matemático grego, através de um instrumento de uma só corda (monocórdio), observou que ao dividir a corda pela metade obtinha o mesmo som, mas mais agudo.

O som é uma onda, ou conjunto de ondas, que se propaga num meio material. Este tem algumas características que se alteram de acordo com o meio em que está inserido, contudo a sua frequência permanece invariante durante a sua trajetória.

O elemento mínimo de um som, que é causado por uma única vibração do ar, designa-se por *nota musical*. Desse modo, cada nota está associada a uma frequência, cuja unidade de medida é o *hertz*. Quanto maior for o número de *hertz*, mais agudo será o som.

Os nomes das notas musicais (dó, ré, mi, fá, sol, lá e si), concebidos pelo monge beneditino italiano Guido d'Arezzo (c.995 – c.1050), tiveram a sua origem nas primeiras sílabas de um hino a São João Batista, intitulado *Ut queant laxis*. Surgindo assim as 7 notas de uma escala musical, *ut, re, mi, fa, sol, la e sanc*.

Estas notas não apareceram por esta ordem, e muitos povos criaram as suas próprias escalas musicais. Por exemplo, o povo chinês, inspirado na experiência de Pitágoras, iniciou a sua escala com a nota *dó*, resultante da vibração de uma corda esticada, depois dividiu-a em 3 partes iguais, obtendo

a nota *sol*. E ao observar que estas notas possuíam uma certa harmonia, continuaram a subdividir em 3 partes iguais, obtendo a nota *ré*, depois *lá*, de seguida *mi* e depois *si*. Mas, esta última nota não era agradável quando tocada junto com a nota *dó*, e pararam o processo, desprezando-a. Assim, as notas *dó*, *sol*, *ré*, *lá* e *mi*, são a base para a música chinesa, formando uma escala de 5 notas, a *escala pentatónica*. Se analisarmos a posição destas notas num teclado, observamos que há o mesmo intervalo entre elas.

Se continuarmos o processo de subdivisão da corda em 3 partes iguais, obtemos, após a nota *si*, as notas *fá sustenido*, *dó sustenido*, *sol sustenido*, *ré sustenido*, *lá sustenido* e *fá*, completando assim a *escala temperada* de 12 notas, base da música ocidental.

Como as notas *si* e *dó* são muito próximas em tonalidade, estas determinam a distância mínima entre as notas, e todas as notas musicais possuem o mesmo intervalo entre si que corresponde a um semitom. Entre as notas *dó* e *ré*, o intervalo é de um tom, isto é, de dois semitons, pois entre estas há a nota *dó sustenido*.

Associando as frequências das notas ao sistema de 12 notas, observamos que quando uma nota é tocada 12 semitons acima, esta tem precisamente o dobro da frequência da primeira, ou seja, há uma relação de 1 para 2. O termo "oitava" é usado para denotar este intervalo cuja razão entre as frequências é igual a 2.

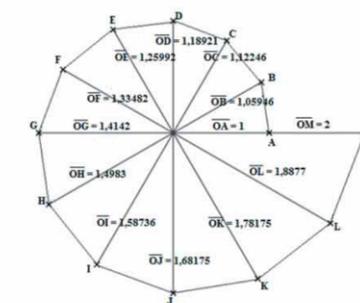
Havendo numa oitava 12 semitons, então numa *escala musical igualmente temperada* a relação entre duas notas separadas



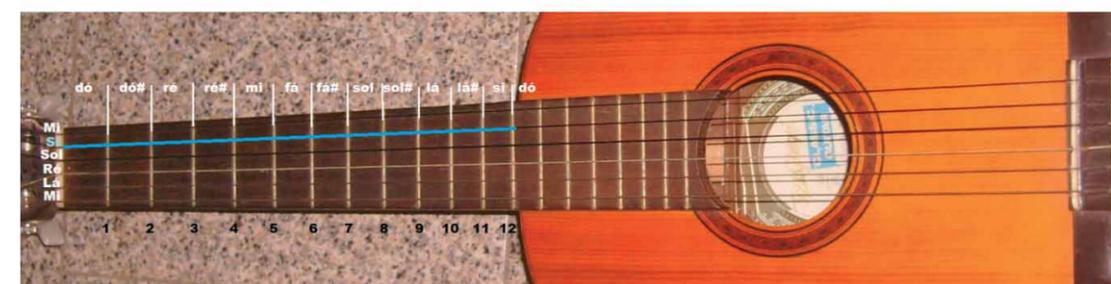
Coordenação de Armindo Rodrigues

Nota musical	Frequência (hertz)
Dó	261,625519
Dó sustenido ou Ré bemo	277,182648
Ré	293,664734
Ré sustenido ou Mi bemo	311,126984
Mi	329,627533
Fá	349,228241
Fá sustenido ou Sol bemo	369,994385
Sol	391,995392
Sol sustenido ou Lá bemo	415,304688
Lá	440
Lá sustenido ou Si bemo	466,163788
Si	493,883301
Dó (uma oitava a cima)	523,251099

Tabela de frequência das notas musicais



Espiral Logarítmica representativa da Escala Temperada



por um semitom, ou seja, a razão entre as frequências de duas notas consecutivas, é igual à raiz décima segunda de 2 (aproximadamente 1,05946), e que corresponde à razão da progressão geométrica em que cada termo é igual ao produto do anterior pela razão. Obtemos então os termos (aproximados): 1; 1,05946; 1,12246; 1,18921; ...; 2; etc., onde os intervalos, entre as notas desta escala, são logaritmos na base 1,05946, ou seja, na base 2 elevado a 1/12. Lembramos que o logaritmo de um número real positivo, x , numa base real positiva distinta de 1, é o número a que se deve elevar a base de modo que o resultado seja igual ao número x . O valor 1,12246 corresponde a 2 intervalos, pois o logaritmo de 1,12246 na base 1,05946 é igual a 2. No braço do violão observamos que a distância entre os

trastes (as divisões de metal) obedece a razão da progressão 1,05946, quando consideramos os comprimentos das cordas associados a dois trastes consecutivos.

As divisões que Pitágoras inicialmente propôs, também estão presentes. Se, no violão, fizermos corresponde ao comprimento da corda o valor 1, entre a pestana e o cavalete, a nota *dó*, temos que 8/9 da corda irá ser a nota *ré*, 64/81, a nota *mi*, 3/4, a nota *fá*, 2/3, a *sol*, 16/27, a *lá*, 128/241, a *si*, e por fim 1/2, a nota *dó*, uma oitava acima, ou, numa construção mais simplificada e aproximada, temos a escala original com os respetivos valores de 1, 8/9, 4/5, 3/4, 2/3, 3/5, 8/15 e 1/2.

De acordo com o matemático alemão Leibniz (1646 – 1716), "a música é um exercício inconsciente de aritmética..."

Oitava edição do festival tecnológico PLAYNESTI



Decorreu entre os dias 17 e 26 de abril a 8ª edição do PLAYNESTI, organizado pelo Núcleo de Estudantes de Informática (NESTI) da Universidade dos Açores. Na organização do evento estiveram envolvidos 22 estudantes de informática da Faculdade de Ciências e

Tecnologia. Esta edição, que se realizou na Açor Arena e no Nonagon, contou com 646 participantes que tiveram oportunidade de frequentar 9 seminários, 4 workshops e 6 torneios de videojogos com um prémio total de 4.930,00€ distribuído pelos vencedores.